

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Шаброва Сергея Александровича «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КАЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ С ПРОИЗВОДНЫМИ ПО МЕРЕ», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Актуальность темы. Диссертационная работа Шаброва С.А. посвящена математическому моделированию деформированного состояния сложносочлененных одномерных механических систем, состоящих из струн и балок, под действием поперечной нагрузки. Изучение подобных задач является весьма актуальным, поскольку такие системы находят широкое применение в робототехнике, машиностроении, строительстве и мостостроении.

Научная новизна. В рассматриваемой работе предложены новые подходы для анализа математических моделей одномерных деформируемых систем, основанных на едином для всей системы уравнении с производными по мере. Проведено подробное исследование серии спектральных задач с производными Радона–Никодима. Метод конечных элементов адаптирован для математических моделей с производными по мере. Доказана оценка близости приближенного решения к точному.

Практическая значимость. Полученные результаты в виде аналитических зависимостей и разработанные программные комплексы могут быть использованы в различных проектных организациях при расчетах составных конструкций на действие статической и/или квазистатической нагрузки по деформированной схеме.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, списка литературы и трех приложений. Работа изложена на 412 страницах, содержит 95 рисунков, 9 таблиц и список использованных источников из 215 наименований.

Область исследования и содержание диссертации соответствует формуле специальности 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки), область исследования соответствует п.1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений», п.2 «Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей», п.3 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий» и п.4 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента».

Публикации. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 61 работе, из них 17 из перечня, рекомендованного ВАК. Особо следует отметить пять основных статей, опубликованных в журналах «Успехи математических наук», «Доклады академии наук» и «Математические заметки», которые проиндексированы в международных базах данных Web of Science и Scopus. Получены два свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационного исследования, определены его цели и задачи, перечислены методы исследования и представлены основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе исследуется математическая модель второго порядка, описывающая растянутую неоднородную струну, помещенную во внешнюю среду с локальными особенностями. Доказана корректность дифференциальной модели сингулярной струны, описанной при помощи дифференциального уравнения с производными по Радону-Никодиму, на основе интегрального представления решения. Показано, что предложенная линейная математическая модель обладает осцилляционным спектром.

Вторая глава посвящена развитию качественной теории математического моделирования одномерных систем с внутренними и внешними особенностями, которые возникают как результат наличия разрывов у решения и разного порядка на различных частях системы. При этом отличительной особенностью подхода диссертанта является использование поточечно заданного уравнения и 2) возникающее уравнение одно на всем отрезке. Изучается математическая модель малых деформаций струны, упруго закрепленной на концах, при наличии в конечном числе точек особенностей, порождаемых разрывом струны в этих точках. При этом разрывы струны моделируются при помощи упругой связи типа пружины жесткости, скрепляющей левый и правый части системы.

В третьей главе рассматривается математическая модель малых изгибных деформаций балочных систем с учетом растяжения оси, используя поточечный подход. В качестве граничных условий принимается упругое закрепление при помощи комбинации линейной и кольцевой пружин, т.е. пружины растяжения-сжатия и пружины изгиба. Получены достаточные условия невырожденности и доказана интегральная обратимость изучаемой математической модели. Показано, что при условии невырожденности функция влияния существует и единственна в классе непрерывных функций.

В четвертой главе изучается свойство двух сингулярных математических моделей четвертого порядка. Первая модель описывает малые деформации консоли, помещенной во внешнюю среду с локальными особенностями, один конец которой свободен, а второй — защемлен; у второй модели — один конец свободен, а другой — закреплен шарнирно. Получены оценки функции влияния дифференциальной модели. Получены оценки функции влияния дифференциальной модели.

Пятая глава посвящена изучению поведения нелинейных моделей второго и четвертого порядка с производными по мере и с различным типом нелинейности, которые описывают деформированное состояние струны, стрелы и балки.

В шестой главе к моделям, изученным в предыдущих главах, адаптируется метод конечных элементов, при этом доказаны оценки близости приближенного решения к точному. Получена оценка погрешности и проведены численные эксперименты, которые подтвердили теоретическую оценку.

В седьмой главе приведены результаты численных экспериментов, проведенных с помощью программ, написанных автором в пакете символьной математики Maple и на языке высокого уровня Python. Приложение содержит листинги программ.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы неоднократно докладывались и обсуждались на международных и региональных научных мероприятиях.

Соответствие автореферата и публикаций автора требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней. Содержание автореферата соответствует основным положениям диссертационной рабо-

ты. Основные результаты опубликованы в рецензируемых изданиях в количестве, достаточном для докторских диссертаций в соответствии с требованиями п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ».

Замечания по работе и ее оформлению:

1. Главы 1-5 посвящены математическому моделированию деформированного состояния таких одномерных механических систем, как струна, стержень, балка и их сочетание при различных граничных условиях. Однако в главах 1-5 не приведено ни одной схемы, автор ограничился словесным описанием изучаемых объектов. Рисунки со схемами изучаемых механических систем несомненно украсили бы диссертационную работу.

2. Автором используются некоторые термины, являющиеся некорректными с точки зрения механики. Так, на странице 81 вводится понятие «одномерного упругого *континуума*, расположенного вдоль $[0, l]$ и упруго закрепленного на концах». Но *континуум* по своему определению не может быть ограниченным по длине и, тем более, закрепленным на концах.

3. В параграфе 2.4 представлена математическая модель малых деформаций «струнно-стержневой системы» на основе дифференциального уравнения четвертого порядка (2.4.4). Но данное уравнение описывает ось изогнутой балки под действием поперечной нагрузки с учетом растяжения оси балки под действием продольной силы. В механике под *стержнем* понимают одномерное упругое тело, обладающее конечной жесткостью на растяжение $E(x)A(x)$, а *балка* – это, как правило, одномерное упругое тело с конечной жесткостью при изгибе $E(x)I(x)$, где $E(x)$ – модуль упругости неоднородного тела, а $A(x)$ и $I(x)$ – площадь поперечного сечения стержня и момент инерции балки переменного сечения соответствен-

но. Поэтому слагаемое $(\rho u_{xx}'')_{x\sigma}$ в (2.4.4), и везде далее по тексту диссертационной работы, в общем случае описывает изгиб неоднородной балки переменного сечения с жесткостью при изгибе $p(x) = E(x)I(x)$.

4. Не совсем корректно называть $r(x)$ как *коэффициентом растяжения стержня* (стр.95), так и *натяжением стержня* (стр.109), поскольку функция $r(x)$ имеет физический смысл и называется продольной силой.

5. В главе 3 изучается опять не стержневая система, а составная балка, состоящая из нескольких балок, или балка, имеющая промежуточные опоры. На стр. 110 автор пишет, что «первая пружина реагирует на *крутящий момент*», но в модели используется пружина, воспринимающая *изгибающий момент*.

6. В главе 4 изучаются две модели. Автор пишет, что «первая модель описывает малые деформации консоли, один конец которой свободен, а второй – заземлен (*и это абсолютно верно и отвечает определению консольной балки!*); у второй модели – один конец свободен, а другой – закреплен шарнирно». Вторая модель является некорректной, поскольку с таким выбором граничных условий получается статически противоречивая механическая система.

7. При проведении численных исследований не совсем ясно, как выбирался вид функции жесткости балки при изгибе $p(x)$ (например, на стр.282, 286). На всех рисунках, приведенных в данной главе, не обозначена величина, отложенная по вертикали.

8. Есть несколько замечаний по оформлению диссертационной работы: (а) много орфографических ошибок (стр. 8,9,13-19, 29, 33, 37, 41... и т.д по всему тексту); (б) в тексте имеются опечатки (стр. 136, 155,159, 160,212,241), (в) стилевые ошибки (стр.208, 209 и др.).

Все отмеченные недостатки по оформлению есть и в автореферате.

Общее заключение: Отмеченные замечания не снижают ценность представленной работы, которая несомненно заслуживает положительной оценки.

5. Общая оценка диссертационной работы

Диссертация Шаброва С.А. посвящена математическому моделированию и качественному исследованию процессов деформирования одномерных механических систем, приводящих к решению граничных задач с производными по мере. Диссертантом получены новые теоретические результаты, имеющие прикладную направленность. Им внесен значительный личный вклад в решение поставленных задач. Исследования выполнены на высоком научном уровне. Разработаны комплексы программ для реализации численных экспериментов.

Обобщая вышесказанное и учитывая новизну, теоретическую и практическую значимость проведенных исследований, считаю, что представленная к защите диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям п. 9 положения ВАК РФ о присуждении ученых степеней, а ее автор, Шабров Сергей Александрович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет, кафедра
информационных технологий и
автоматизированного проектирования в
строительстве, профессор

Шитикова М.В.

394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
Телефон: 4732-71-42-20
E-mail: mvs@vgasu.vrn.ru



24.11.2017